

Material ćwiczeniowy zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia diagnozy.

Material ćwiczeniowy chroniony jest prawem autorskim. Materiału nie należy powielać ani udostępniać w żadnej formie (w tym umieszczać na stronach internetowych szkoły) poza wykorzystaniem jako ćwiczeniowego/diagnostycznego w szkole.

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



OKRĘGOWA KOMISJA  
EGZAMINACYJNA W POZNANIU

# MATERIAŁ ĆWICZENIOWY Z FIZYKI I ASTRONOMII

## POZIOM ROZSZERZONY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 17 stron (zadania 1 – 7). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku oraz pamiętaj o jednostkach.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas rozwiązywania zadań możesz korzystać z karty wybranych wzorów i stałych fizycznych, linijki oraz kalkulatora.

STYCZEŃ 2012

Czas pracy:  
150 minut

MOJE  
ROZWIĄZANIA

Liczba punktów  
do uzyskania: 60

### ZADANIA OTWARTE

**Rozwiązania zadań od 1. do 7. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.**

#### Zadanie 1. Lupa (5 punktów)

W celu dokładniejszej obserwacji drobnych przedmiotów często używa się lupy.

Lupa, którą mamy do dyspozycji, wykonana jest ze szklanej dwuwypukłej soczewki o promieniach krzywizny  $r_1 = r_2 = 20$  cm.

W tabeli poniżej podano bezwzględne współczynniki załamania światła dla różnych ośrodków.

Material	Bezwzględny współczynnik załamania światła
Roztwór soli	1,60
Szkło	1,50
Woda	1,33
Powietrze	1,00

#### 1.1 (2 punkty)

Wykaż, w jakim ośrodku należy umieścić lupę, by stała się soczewką rozpraszającą.

By była rozpraszająca to  $f < 0$

$$f = \left( \frac{n_{sz}}{n'} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \left( \frac{n_{sz}}{n'} - 1 \right) \frac{2}{r}$$

$f < 0$  gdy  $\frac{n_{sz}}{n'} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{n_{sz}}{n'} < 1$

a więc  $n' > n_{sz}$

Ja soczewka w tym zadaniu jest no powietrze skupiająca, a także jest skupiająca na tych ośrodkach, dla których  $n' < n_{sz}$  gdy  $n' > n_{sz}$ , soczewka jest rozpraszająca.

Z tabeli, jedynym takim ośrodkiem jest roztwór soli. Lupę należy więc umieścić w roztworze soli, by soczewka stała się rozpraszająca

### 1.2 (3 punkty)

Lupę wykorzystano do obserwacji drobnych elementów.  
Powiększenie kątowe lupy dla cienkich soczewek wynosi:

$$p = \frac{d}{f} + 1,$$

gdzie:  $d$  – odległość dobrego widzenia,  $p$  – powiększenie,  $f$  – ogniskowa.

Korzystając ze wzoru soczewkowego oraz wzoru na powiększenie wyprowadź równanie opisujące zależność powiększenia lupy od wartości jej ogniskowej. Oblicz powiększenie lupy w powietrzu. Przyjmij, że oko znajduje się tuż przy lupie, a odległość dobrego widzenia wynosi 25 cm.

The handwritten solution on grid paper is as follows:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f} & \text{dla lupy } y < 0 \\ & (0 < x < f) \end{cases} \quad \begin{cases} y < 0 \\ y = d \end{cases}$$

$$p = \frac{y}{x}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{d+f}{fd}$$

$$p = \frac{y}{x} = y \cdot \frac{1}{x} = \frac{d}{x} = \frac{d+f}{f} = \frac{d}{f} + 1$$

$$p = \frac{d}{f} + 1$$

$$d = 25 \text{ cm} \quad \frac{1}{f} = (1,5 - 1) \cdot \frac{2}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{20 \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20 \text{ cm}}$$

$$p = \frac{25 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} + 1 = 2,25$$

$$p = 2,25$$

## Zadanie 2. Wyprawa w góry (7 punktów)

### 2.1 (1 punkt)

Angielski turysta, miłośnik Alp, postanowił zdobyć najwyższy szczyt Europy Mount Blanc. Wybrał się do miejscowości Chamonix, leżącej u podnóża masywu na wysokości 1035 m n.p.m. Stąd kolejką górską można wjechać na wysokość 3802 m n.p.m. Oblicz, ile energii może zaoszczędzić turysta korzystając z tej kolejki, jeżeli jego masa wraz z ekwipunkiem wynosi 110 kg.

$$\Delta E = mg \Delta h \approx 110 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (3802 - 1035) \text{ m}$$

$$\Delta E = 1100 \cdot 2767 \text{ J} = 3043700 \text{ J}$$

$$\Delta E \approx 3 \text{ MJ}$$

### Informacja do zadania 2.2 i 2.3

Turysta w podróż w Alpy oprócz niezbędnego ekwipunku zabrał także kilka saszetek czarnej i zielonej herbaty. Do zagotowania wody używał turystycznego czajniczka opalanego etanolem. Herbata jest napojem bardzo często pitem w domach całego świata. Aby zaparzyć herbatę, należy zalać ją wodą o odpowiednio wysokiej temperaturze. Dla herbaty czarnej woda do zaparzania powinna mieć temperaturę 95°C, a dla zielonej wystarczy 75°C.

### 2.2 (3 punkty)

Turysta u podnóża gór zdecydował się na nocleg i po rozbiciu obozu zaczął parzyć czarną herbatę. Oblicz, jaką minimalną objętość etanolu musiał on zużyć, aby spalając go otrzymać ciepło niezbędne do zagotowania 0,5 dm<sup>3</sup> wody na herbatę o temperaturze 20°C, wiedząc że sprawność takiego czajniczka nie jest większa niż 60%. Przyjmij gęstość etanolu  $\rho = 791 \text{ kg/m}^3$ , ciepło spalania etanolu  $C_{Et} = 30,4 \text{ MJ/kg}$ , ciepło właściwe wody  $c_w = 4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ , gęstość wody  $d_w = 1 \text{ kg/dm}^3$ .

$$\eta = \frac{Q_w}{Q_{Et}} \Rightarrow Q_{Et} = \frac{Q_w}{\eta} = \frac{m_w c_w \Delta T}{\eta}, \quad C_{Et} m_{Et} = \frac{m_w c_w \Delta T}{\eta}$$

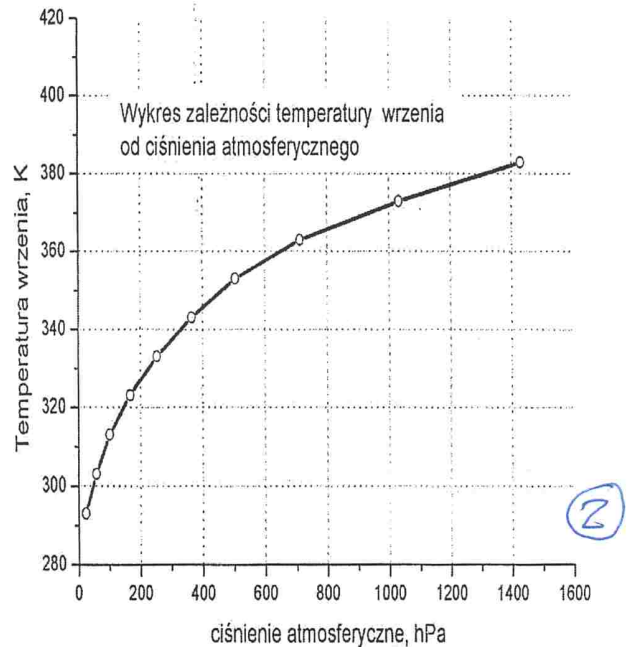
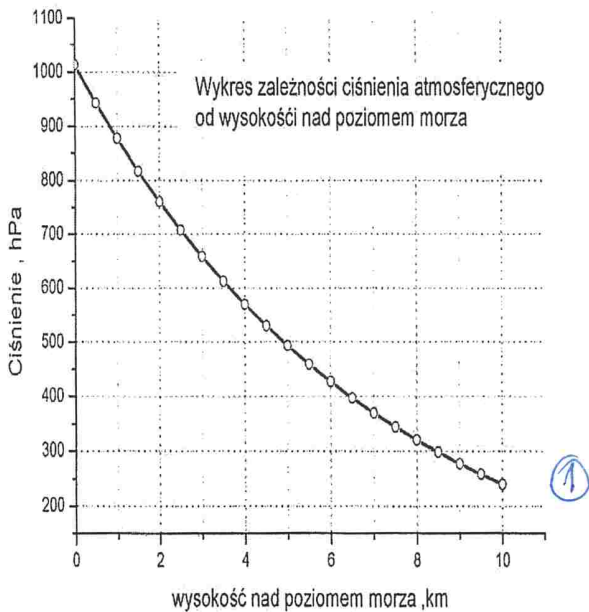
$$C_{Et} \rho_{Et} V_{Et} = \frac{\rho_w V_w \cdot c_w \Delta T}{\eta} \quad V_{Et} = \frac{\rho_w V_w c_w \Delta T}{\eta C_{Et} \rho_{Et}}$$

$$V_{Et} = \frac{1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,5 \text{ dm}^3 \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 75 \text{ K}}{0,6 \cdot 30400000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 0,791 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = 0,0109 \text{ dm}^3$$

$$V_{Et} \approx 10,9 \text{ cm}^3 \approx 11 \text{ cm}^3$$

### 2.3 (3 punkty)

Po noclegu turysta podjął wspinaczkę w celu zdobycia szczytu o wysokości 4700 m n.p.m. Poniżej na wykresach przedstawiono zmiany ciśnienia atmosferycznego w funkcji wysokości nad poziomem morza oraz zmiany temperatury wrzenia wody w funkcji ciśnienia atmosferycznego.



Określ na podstawie wykresów maksymalną wysokość, na jakiej można zaparzyć herbatę czarną, a na jakiej herbatę zieloną. Zapisz wykonywane obliczenia oraz odpowiednie odczyty z wykresów.

Dla herbaty czarnej ~~temperatura~~ + zaparzenia  $\approx 95^{\circ}\text{C} = 368\text{K}$   
 z wykresu 2 odpowiada to ciśnieniu  $\approx 950\text{ hPa}$   
 z wykresu 1 ciśnieniu  $950\text{ hPa}$  odpowiada wysokość około  $1\text{ km}$ .

Dla herbaty zielonej  $t_{\text{zaparzenia}} \approx 75^{\circ}\text{C} = 348\text{K}$   
 z wykresu 2 odpowiada to ciśnieniu  $\approx 450\text{ hPa}$   
 z wykresu 1 ciśnieniu  $450\text{ hPa}$  odpowiada wysokość około  $6\text{ km}$ .



Korzystając z zasady zachowania energii wykaż, że prędkość kątowna krążka na końcu równi wynosi 38 rad/s.

Energie potencjalną można dla wygody mierzyć od poziomu, który zaznaczymy na rysunku na stronie 6.

$$h = H - R + r = H - (R - r) = (30 - 10 + 5) \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$
$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad mgh = \frac{m\omega^2 r^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$
$$2mgh = \omega^2 (mr^2 + J)$$
$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{mr^2 + J}}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,25 \text{ m}}{10^{-1} \text{ kg} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 + 8,875 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2}}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{0,5}{(25 + 8,875) \cdot 10^{-5}}}$$
$$\omega \approx 38,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

### 3.3 (2 punkty)

Opisany w części 3.2 krążek posiada na dole energię kinetyczną równą początkowej energii potencjalnej. Na poziomej powierzchni krążek zatrzymuje się. Oblicz odległość, na jaką potoczy się krążek na poziomej powierzchni do momentu zatrzymania, jeśli wartość sił oporu na płaskiej powierzchni stanowi 5% jego ciężaru.

$$E_{kB} = E_{pA} = W_t$$
$$mgh = 0,05 mgs \Rightarrow s = \frac{h}{0,05}$$
$$s = \frac{0,25 \text{ m}}{0,05}$$
$$s = 5 \text{ m}$$

### 3.4 (2 punkty)

Gdy krążek zaczyna toczyć się po powierzchni poziomej jego prędkość kątową wynosi 21,4 rad/s. Na poziomej powierzchni krążek toczy się ruchem jednostajnie opóźnionym pod wpływem działania siły oporu, opisaney w zadaniu 3.3. Oblicz wartość opóźnienia kąowego tego krążka.

okajmostszy według mnie sposób

$$d = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t, \quad \omega = 0, \quad d = \frac{\omega_0 t}{2} \Rightarrow t = \frac{2d}{\omega_0}$$

$$d = \frac{v}{R}, \quad \epsilon = \frac{\omega_0 - \omega}{t} = \frac{\omega_0}{t}$$

$$\epsilon = \frac{\omega_0}{\frac{2d}{\omega_0}} = \frac{\omega_0^2}{2d} = \frac{\omega_0^2}{2 \frac{v}{R}}$$

$$\epsilon = \frac{\omega_0^2 R}{2v} = \frac{21,4 \cdot 0,1}{10} \approx 4,57 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

### Zadanie 4. Promieniowanie jądrowe (11 punktów)

Szeroko stosowanym źródłem promieniowania jonizującego pośrednio jest cez. W wyniku rozpadu cezu  $^{137}\text{Cs}$  emitowany jest foton  $\gamma$  o energii 0,66 MeV.

#### 4.1 (2 punkty)

Wykaż, że wartość pędu tego fotonu wynosi około  $3,5 \cdot 10^{-22}$  kg·m/s.

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}, \quad E = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{E}{h}$$

$$p = \frac{h \frac{E}{h}}{c} = \frac{E}{c}$$

$$p = \frac{0,66 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,52 \cdot 10^{-22} \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

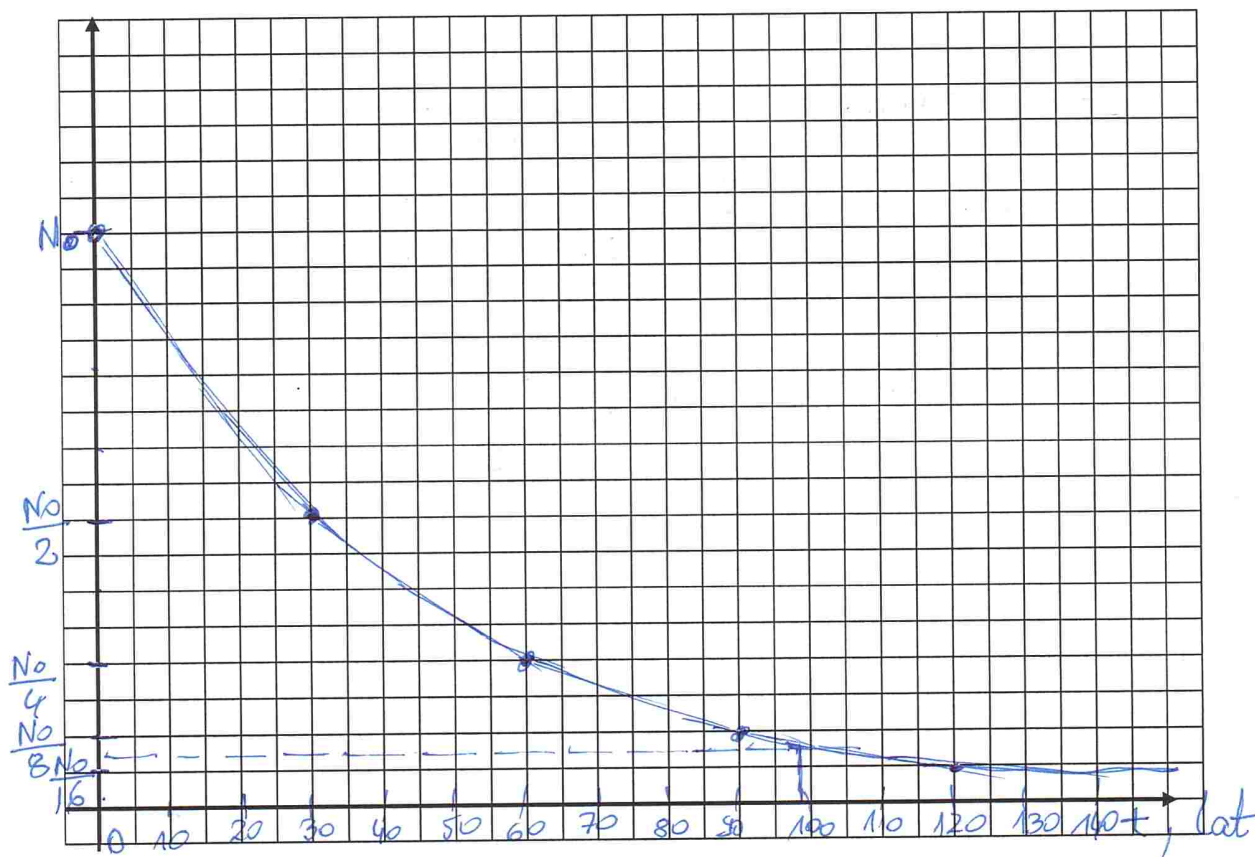
$$p = 3,52 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

$$p \approx 3,5 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$



#### 4.2 (4 punkty)

Czas połowicznego rozpadu cezu  $^{137}\text{Cs}$  wynosi 30 lat. Narysuj wykres przedstawiający zależność ilości tego izotopu w próbce od czasu. Na podstawie tego wykresu oszacuj, po jakim czasie w próbce pozostanie 10% jego początkowej ilości.



↓ wykresu można odczytać, że po  
określenie 100 latach pozostanie  
10% cezu.

### 4.3 (3 punkty)

Do detekcji promieniowania jonizującego bezpośrednio ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) może służyć np. komora mgłowa. W komorze tej następuje skraplanie pary na jonach powstałych w wyniku jonizacji pary wzdłuż toru przelotu cząstki jonizującej. Umieszczenie komory w jednorodnym polu magnetycznym pozwala na łatwe rozróżnienie naładowanych cząstek. Oblicz promień okręgu, po którym będzie poruszała się cząstka  $\alpha$  wpadając prostopadłe w jednorodne pole magnetyczne o wartości indukcji 20 mT, z szybkością  $v = 170 \cdot 10^3$  m/s.

$$F_L = F_D, \quad qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$m = 2(m_p + m_n), \quad q = 2e, \quad r = \frac{2(m_p + m_n)v}{2eB}$$

$$r = \frac{2(1,67 + 1,68) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 170 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \text{ T}} = 0,177 \text{ m}$$

$$[r] = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{C T}} = \frac{\text{kg m}}{\text{C s T}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{C}^2 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}} = \text{m}$$

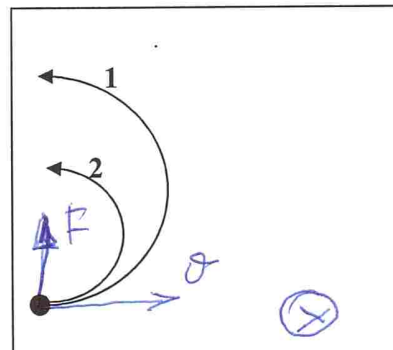
$$r \approx 0,177 \text{ m} \approx 17,7 \text{ cm}$$

### 4.4 (2 punkty)

Rysunek przedstawia tory dwóch cząstek  $\alpha$ . Określ, która cząstka porusza się szybciej oraz jaki jest kierunek i zwrot pola magnetycznego. Wyjaśnij podane odpowiedzi.

Szybciej porusza się cząstka 1

Pole magnetyczne jest skierowane prostopadle do kartki, za kartkę.



$$r = \frac{mv}{qB}, \quad r \sim v$$

### Zadanie 5. Lampa błyskowa (8 punktów)

Lampa błyskowa aparatu fotograficznego oświetla przedmiot światłem o dużym natężeniu w krótkim czasie i zasilana jest baterijką o sile elektromotorycznej 6 V oraz oporze wewnętrznym 1,2  $\Omega$ . Czas błysku lampy wynosi ok. 10 ms.

#### 5.1 (2 punkty)

Ilość energii dostarczonej przez baterię do odbiornika zależy od jego oporu. Bateria dostarcza maksymalną moc wówczas, gdy opór odbiornika jest równy oporowi wewnętrznemu baterii. Uzasadnij, że opisana bateria może dostarczać energię z maksymalną mocą nie większą niż 7,5 W.

$$J = \frac{\mathcal{E}}{R+r}, \quad r=R, \quad J = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{6\text{V}}{2,4\Omega} = 2,5\text{A}$$
$$P = J^2 R = (2,5\text{A})^2 \cdot 1,2\frac{\text{V}}{\text{A}} = 7,5\text{W}$$
$$P_{\text{max}} = 7,5\text{W}$$

#### 5.2 (2 punkty)

Wymagana moc zasilania lampy w trakcie błysku wynosi 250 W. Oblicz minimalny czas, w jakim bateria mogłaby dostarczyć wymaganą ilość energii.

$$E = P t = 250\text{W} \cdot 0,01\text{s} = 2,5\text{J}$$
$$t_{\text{w}} = \frac{E}{P_{\text{max}}} = \frac{2,5\text{J}}{7,5\text{W}} = \frac{1}{3}\text{s} \approx 0,33\text{s}$$

### 5.3 (1 punkt)

Potrzebną energię gromadzi się za pomocą kondensatora ładowanego z baterijki. Kondensator rozładowując się przekazuje do lampy część zgromadzonej energii i w związku z tym w kondensatorze należy zgromadzić co najmniej 3 J energii. Wykaż, że minimalna pojemność kondensatora wynosi ok. 167 mF, jeżeli byłby ładowany do napięcia 6 V.

$$E = \frac{QU}{2}, \quad Q = CU, \quad E = \frac{CU^2}{2}$$

$$C = \frac{2E}{U^2} = \frac{6 \text{ J}}{36 \text{ V}^2} = \frac{1}{6} \frac{\text{C} \cdot \text{V}}{\text{V}^2} = \frac{1}{6} \text{ F} \approx \frac{1000}{6} \text{ mF}$$

$$C \approx 167 \text{ mF}$$

### 5.4 (1 punkt)

W praktyce stosuje się kondensatory o pojemności dużo mniejszej, po uprzednim podwyższeniu napięcia do ok. 500 V za pomocą przetwornicy. Wyjaśnij, dlaczego do podwyższenia napięcia nie można zastosować samego transformatora.

Transformator, który wykorzystuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej przetwarza tylko prąd zmienny, gdyż potrzebna jest zmieniająca się strumień a magnetyczny. Nie przetwarza on prądu stałego.

### 5.5 (2 punkty)

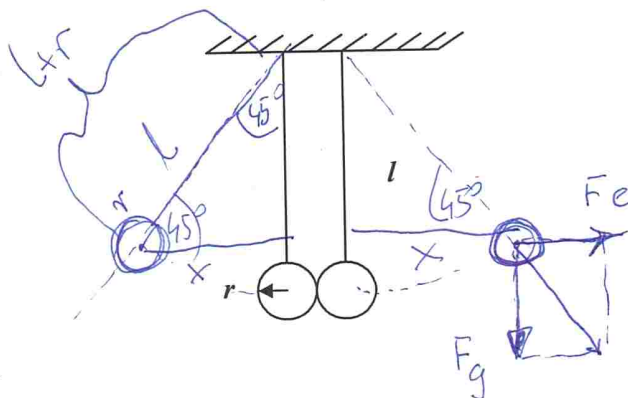
Natężenie fali definiowane jest jako moc przypadająca na jednostkę powierzchni. Energia wyzwolona podczas błysku w postaci światła wynosi 0,8 J. Światło to oświetla w pewnej odległości obszar o powierzchni ok. 10 m<sup>2</sup>. Oblicz natężenie światła padającego na obiekt fotografowany z tej odległości.

$$J = \frac{P}{S} = \frac{\frac{E}{t}}{S} = \frac{E}{tS}$$

$$J = \frac{0,8 \text{ J}}{0,015 \cdot 10 \text{ m}^2} = 8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

### Zadanie 6. Dwie kulki (9 punktów)

Na cienkich, nieprzewodzących, nierozciągliwych nitkach o jednakowych długościach  $l$  zawieszono dwie stykające się ze sobą identyczne metalowe kulki, każda o masie  $m = 40$  g i promieniu  $r = 3$  cm (rysunek poniżej). Do każdej z kulek doprowadzono ładunek  $Q$ . Kulki odsunęły się od siebie, a nitki utworzyły kąt prosty. Zakładamy, że rozkład ładunku na kulkach jest jednorodny.



#### 6.1 (4 punkty)

Wykaż, że dla nitki o długości  $l = 50$  cm ładunek znajdujący się na każdej z kulek wynosi ok.  $5,4 \mu\text{C}$ .

$$F_e = F_g = mg = \frac{kQ^2}{r^2}, \quad Q = R \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

$$R = 2 \left( \frac{l+r}{\sqrt{2}} + r \right) = 2 \left( \frac{0,53\text{m}}{\sqrt{2}} + 0,03\text{m} \right) \approx 0,8\text{m}$$

$$Q = 0,8\text{m} \sqrt{\frac{0,04\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}} = 0,85 \cdot 6,67 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{\text{N}\cdot\text{C}^2}{\text{Nm}^2}} \cdot \text{m}$$

$$Q = 5,399 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

$$Q \approx 5,4 \mu\text{C}$$

### 6.2 (2 punkty)

Kulki zanurzono w oleju. Nazwij wszystkie cztery siły działające na kulki po ich zanurzeniu i wyjaśnij analizując te siły, dlaczego kąt odchylenia nitek może nie ulec zmianie.

W powietrzu  $F_g = F_e$  w powietrzu  $F_g = F_e$

W oleju, ponieważ gęstość cieczy jest większą od siły wyporu. A więc wypadkowa siła pionowa ma do poziomu też zmaleła, bo teraz stała stała

$k_{olej} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{olej}} \cdot \epsilon_{olej} > 1$  więc stała

ta przewodząca zmniejszenie siły

$F_{olej} = \frac{1}{4\pi\epsilon_{olej}\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2}$  ,  $F_{pow} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2}$

Gdyby więc siła elektryczna w oleju nadal była równa  $F_g - F_{wyporu}$ , to wydłużyłaby się kąt odchylenia.

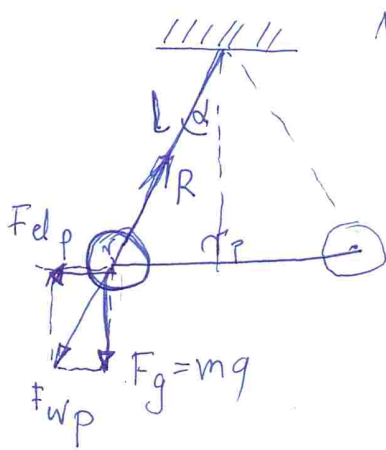
### 6.3 (3 punkty)

Z analizy sił działających na naładowane kulki w powietrzu i po ich zanurzeniu w dielektrycznej cieczy wynika, że mając do dyspozycji: nieprzewodzące nitki, lekkie metalowe kulki, pręt zamocowany poziomo na statywie, linijkę, maszynę elektrostacyjną oraz odpowiednio duże naczynie z cieczą dielektryczną o znanej gęstości można doświadczalnie wyznaczyć przenikalność dielektryczną cieczy.

Zaproponuj kolejne czynności doświadczenia i wskaż mierzone wielkości.

W tym miejscu mogę jedynie stwierdzić, że zadanie jest zbyt trudne dla abiturienta, szczególnie dlatego, że czas pisania jest ograniczony.

6, 3

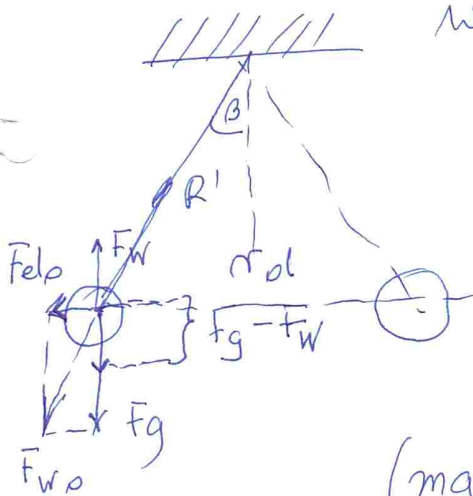


w powietrzu

$$F_{elP} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{r_p^2}$$

$$\frac{F_{elP}}{F_g} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow F_{elP} = F_g \operatorname{tg} \alpha = m g \operatorname{tg} \alpha$$

$$m g \operatorname{tg} \alpha = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r_p^2}$$



w oleju

$$F_{elO} = \frac{1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{r_o^2}$$

$$\frac{F_{elO}}{F_g - F_w} = \operatorname{tg} \beta \Rightarrow F_{elO} = (F_g - F_w) \operatorname{tg} \beta$$

$$F_g - F_w = m g - \rho_{ol} g V =$$

$$= m g - \rho_{ol} g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$(m g - \rho_{ol} g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3) \operatorname{tg} \beta = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r_o^2}$$

$$\frac{F_{elP}}{F_{elO}} = \frac{m g \operatorname{tg} \alpha}{(m g - \rho_{ol} g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3) \operatorname{tg} \beta} = \frac{\cancel{Q^2}}{4\pi\epsilon_0 \cancel{r_p^2}} \cdot \frac{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r_o^2}{\cancel{Q^2}}$$

$$\frac{m g \operatorname{tg} \alpha}{(m g - \rho_{ol} g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3) \operatorname{tg} \beta} = \frac{\epsilon_r \pi_0^2}{r_p^2}$$

$$\epsilon_r = \frac{m g \operatorname{tg} \alpha \cdot r_p^2}{(m g - \rho_{ol} g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3) \pi_0^2}$$

m - znam, - 0,04 kg

r - promień kulki - znam - 0,03 m

Ponieważ mamy zmierzyć długość nici i odległość kulek i w powietrzu i w oleju, to możemy obliczyć  $\operatorname{tg} \alpha$  i  $\operatorname{tg} \beta$ . Darymy sobie materiałyke

### Zadanie 7. Drgająca struna (10 punktów)

Badając naciągniętą strunę stwierdzono, że drgania o częstotliwości 20 kHz tworzą w niej falę poprzeczną o długości 3,3 cm.

#### 7.1 (2 punkty)

Oblicz długość, jaką będzie miała w tej strunie fala o częstotliwości 440 Hz.

$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} \Rightarrow v = \lambda_1 f_1 = 0.033 \text{ m} \cdot 20\,000 \frac{1}{\text{s}} = 660 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$\lambda_2 = \frac{v}{f_2} = \frac{660 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{440 \frac{1}{\text{s}}} = 1.5 \text{ cm}$$

#### 7.2 (2 punkty)


Na końcach zamocowanej z obu stron struny powstają węzły. Wykaż, że struna może drgać z częstotliwościami  $f_n$  spełniającymi równanie  $f_n = n \cdot \frac{v}{2L}$ , gdzie  $n = 1, 2, \dots$ ,  $v$  prędkością rozchodzenia się fali w strunie,  $L$  długością struny.

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \lambda = \frac{v}{f}, \quad L = \frac{n \cdot \frac{v}{f}}{2} = \frac{n v}{2f}$$
$$2f = \frac{n v}{L}, \quad f = \frac{n v}{2L}$$
$$f = n \cdot \frac{v}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



### 7.3 (2 punkty)

Częstotliwości określone w punkcie 7.2 nazywamy częstotliwościami rezonansowymi. Najmniejsza z nich to częstotliwość podstawowa, a pozostałe to harmoniczne. Wykaż, że długość, jaką powinna mieć omawiana struna, aby wytwarzała dźwięk o częstotliwości podstawowej 440 Hz, wynosi 75 cm.



$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{660 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{440 \frac{1}{\text{s}}} = 1,5 \text{ m}$$

$$L = \frac{\lambda}{2} = 0,75 \text{ m}$$

$$L = 75 \text{ cm}$$

### 7.4 (2 punkty)

Oblicz dla tej struny, liczbę możliwych częstotliwości harmonicznych zawierających się w zakresie słyszalności. Zakres częstotliwości dźwięków słyszanych przez człowieka obejmuje przedział od 16 Hz do 20 kHz.

$$L = \frac{m\lambda}{2} = \frac{m v}{2f} \Rightarrow m = \frac{2fL}{v}$$

$$m = \frac{2 \cdot 20000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,75 \text{ m}}{660 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 45,45$$

$m \in \text{Całkowite}$ ,  $m = 45$

$m$  – liczba dla dźwięku podstawowego  
 $m = m - 1 = 44$  to liczba maxi harmonicznych

### 7.5 (2 punkty)

Oblicz częstotliwość dźwięku słyszanego przez psa, jeżeli biegnie on z prędkością  $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  w kierunku struny drgającej z częstotliwością 440 Hz.

W zadaniu przyjmij, że prędkość dźwięku w powietrzu wynosi  $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

$$f = f_{\text{dr}} \cdot \frac{v_d + v_p}{v_d} = 440 \text{ Hz} \cdot \frac{345 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{330 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$f = 460 \text{ Hz}$$

**BRUDNOPIS**

## ZADANIE 1. Lupa – 5 punktów

Numer zadania	Punktacja
1.1	1
	1
1.	1
	5
	1
1.2	1
	1

Uwzględnienie warunków – soczewka będzie rozpraszająca gdy  $Z$  ujemne.

Wyciągnięcie wmirosku i podanie poprawnej odpowiedzi – soczewka będzie rozpraszająca po zaburzeniu w rozwiniecie bali.

Skorzystanie z równania soczewki w postaci  $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{d}$  z uwzględnieniem, że dla lupy  $y$  jest ujemne

Przekształcenie równania soczewki oraz powiązanie z powiększeniem  $p$ .

$$p = \frac{d}{f} + 1$$

Obliczenie powiększenia lupy  $p = 2.25$

## ZADANIE 2. Wyprawa w góry – 7 punktów

Numer zadania	Punktacja
2.1	1
	1
2.2	1
	1
	1
2.3	1
	1
	1

Obliczenie energii  $E_p = m g \Delta h = 3 \text{ MJ}$

Ułożenie równania bilansu cieplnego z uwzględnieniem sprawności  $\eta \cdot C_{el} \cdot m_{el} = m_w \cdot c_w \cdot \Delta T$

Doprowadzenie do wzoru na objętość etanolu

$$V = m_w \cdot c_w \cdot \Delta T / \eta \cdot C_{el} \cdot \rho$$

Obliczenie objętości etanolu  $V = 11 \text{ cm}^3$ , przy  $\Delta T = 75 \text{ K}$

Prawidłowe wyznaczenie temperatury zaparzania w skali Kelwina

Herbata czarna  $T = 370 \text{ K}$

Herbata zielona  $T = 350 \text{ K}$

Odczytanie z wykresów wartości ciśnienia dla obu herbat (odpowiednio dla obu obliczonych temperatur)

Odczytanie z wykresów wartości maksymalnych wysokości dla czarnej herbaty  $h_{max} = 1 \text{ km}$  oraz dla zielonej herbaty  $h_{max} = 6 \text{ km}$  (odpowiednio dla odczytanych uprzednio wartości ciśnienia)

Z GŁOS  
WIELKOPOLSKI  
www.gloswielkopolski.pl

Matura próbna OKE Poznań  
13 stycznia 2012 r.

poziom: ROZSZERZONY  
ODPOWIEDZI, KLUCZ

ZADANIE 3. Krążek Maxwella – 10 punktów

Numery zadań	Punkcja	
3.1	Uwzględnienie wartości okresu lub częstotliwości	$v = \omega \cdot r$ $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad T = 2,0 \text{ s}$
	Obliczenie wartości prędkości	$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1}{2,0} \text{ m/s} = 0,314 \text{ m/s}$
3.2	Zapisanie zasady zachowania energii:	$mgh = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$
	Przekształcenie wzoru w celu obliczenia prędkości kątowej (wykorzystanie zależności $v = \omega r$ )	$mgh = \frac{(I + mr^2)}{2} \omega^2$ $\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I + mr^2}}$
	Zauważenie, że $h = H \cdot (R \cdot r) = 0,25 \text{ m}$	
	Zastosowanie odpowiednich wielkości we wzorze na prędkość kątową i obliczenie tej wartości	
3.3	Skorzystanie z zależności wiążącej początkową energię potencjalną z pracą wykonaną podczas hamowania	$mgh = F_{\text{tr}} \cdot L$
	Obliczenie drogi, jaką przebędzie krążek, na płaszczyźnie uwzględnieniem wartości sił oporu (0,05 mg)	$L = \frac{mgh}{F_{\text{tr}}} = \frac{mgh}{0,05mg} = 0,25 \text{ J} = 5 \text{ m}$
3.4	Skorzystanie z równań opisujących ruch jednostajnie zmienny bryły sztywnej	
	Obliczenie wartości przyspieszenia kątowego $\epsilon = 4,4 \text{ rad/s}^2$	

Próbna matura 2012: Fizyka i astronomia - [ARMUSZE, ODPOWIEDZI]

## ZADANIE 4. Promieniotwórczość jądrowa – 11 punktów

Numer zadania	Punktacja
4.1	1
Zastosowanie zależności $E = h \cdot \nu$ i $p = \frac{h}{\lambda}$ w celu uzyskania wzoru na pęd fotonu $p = \frac{E}{c}$	
Podstawienie odpowiednich wartości do wzoru	
4.1	1
$p = \frac{E}{c} = \frac{0,66 \times 10^{-16} \cdot 1,6 \times 10^{10}}{3 \times 10^8} \text{ N} \cdot \text{s}$	
Oszacowanie zakresu czasu (co najmniej 4 czasy połowicznego rozpadu)	
4.1	1
Oznaczenie i opis osi	
4.2	1
Sporządzenie wykresu – zależność eksponencjalna	
4.2	11
Odczytanie czasu około 100 lat	
Uwzględnienie zależności ( siła elektrodynamiczna pełni rolę siły dośrodkowej)	
4.1	1
$\frac{mv^2}{r} = qvB \quad \text{lub} \quad r = \frac{(mv)}{(qB)}$	
4.3	1
Uwzględnienie masy i ładunku cząstki $\alpha$	
Obliczenie promienia okręgu	
4.1	1
$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{2 \cdot (1,67 + 1,68) \times 10^{-27} \cdot 1,70 \times 10^7}{2 \cdot 1,6 \times 10^{-19} \cdot 20 \times 10^3} \text{ m} = 0,15 \text{ m}$	
Podanie prawidłowej odpowiedzi na oba pytania	
Szybciej porusza się cząstka 1	
Pole prostopadłe do kierunku w stronę rysunku (od patrzącego)	
4.4	1
Podanie właściwego wyrażenia w formie tekstu lub wzorów	
4.4	1

**ZADANIE 5. Lampa błyskowa – 8 punktów**

Numer zadania	Punktacja
5.1	1
5.2	1
5.3	1
5.4	1
5.5	1
5.	8

Zastosowanie prawa Ohma SEM = I (R + r)  
 i uwzględnienie, że napięcie na odbiorniku U = 3V (U = 0,5E)  
 lub obliczenie natężenia prądu I = 6V/2,4Ω = 2,5A

Obliczenie mocy 7,5W

Obliczenie energii dostarczonej w ciągu 10 ms E = 2,5J

Obliczenie minimalnego czasu  $t = \frac{E}{P_{max}} = \frac{2,5J}{7,5W} = 333ms$

Obliczenie pojemności kondensatora  
 C = 1/6 F (lub podstawienie wartości z treści zadania zgodnie z równaniem E = 1/2 U²C)

Stwierdzenie, że transformator służy do zmiany napięcia prądu zmiennego

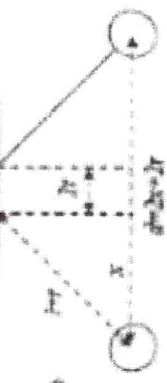
Zastosowanie wzoru na natężenie światła  $I = \frac{P}{S} = \frac{0,8J}{10ms \cdot 10m^2}$

Podanie wartości natężenia światła I = 8W/m²

Próba matura 2012: Fizyka i astronomia - rozszerzenie  
 [ARKUSZE, ODPOWIEDZI]

Numer zadania	Punktacja
	1
6.1	1
	1
	1
6.	1
6.2	1
	1
6.3	1
	1

Uwzględnienie, że siła ciężkości jest równa sile elektrostatycznej  
 ( $mg = I = F_e/F_d$ )



Zauważenie, że  $d = \frac{2(l+r)}{\sqrt{2}} + 2r$ , bo

Podstawienie wartości do równania przyrównującego ciężar i siłę elektrostatyczną

Obliczenie wartości ładunku, lub sprawdzenie wartości obu stron równania

Wyminięcie 4 sił: siła grawitacji (ciężar), siła wyporu (Archimedeśa), siła elektrostatyczna, siła naciągu nici

Wyjaśnienie oparte na równowadze sił i zmianie wartości trzech (wyporu, elektrostatycznej i naciągu). I pkt również w przypadku wyjaśnienia niepełnego, odwołującego się do równowagi sił i mówiącego o zmianie wartości dwóch (wyporu i elektrostatycznej)

Uwzględnienie konieczności zawieszania kulek i ich naelektryzowania

Uwzględnienie konieczności zamurzenie naelektryzowanych kulek (bez zamasy ładunku) w oleju

Objaśnienie mierzonych wielkości: odległości między kulkami i długość nitki

ZADANIE 7. Struna – 10 punktów

Numer zadania	Punktacja
7.1	<p>Przy założeniu stałej prędkości rozchodzenia się fali otrzymujemy zależności:  <math>\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2</math> i dalej <math>\frac{\lambda_1}{200000} = \frac{\lambda_2}{440}</math> lub wykorzystanie wzoru <math>\lambda_1 = \frac{v}{f}</math>                      Zdający może obliczyć prędkość <math>v = 20 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^2 = 660000 \text{ m/s}</math> a następnie <math>\lambda_2</math></p>
7.2	<p>Obliczenie długości fali 1,5m                      Wykorzystaniem związku <math>\lambda = \frac{v}{f}</math>                      Przekształcenie wzoru <math>L = n \frac{\lambda}{2}</math> i otrzymanie <math>f_n = n \frac{v}{2L}</math></p>
7.3	<p>Skorzystanie z wartości <math>v</math> obliczonej w 3.1 lub obliczenie wartości prędkości <math>v = 660 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math>                      Wykorzystanie [Próbna matura 2012: Fizyka i astronomia - rozszerzenie] [ARKUSZE, ODPOWIEDZI]                      dla <math>n = 1</math> długość struny <math>L = \frac{v}{2f}</math> i wyznaczenie <math>L = \frac{660}{2 \cdot 880} = 0,375 \text{ m}</math></p>
7.4	<p>Podanie warunku z uwzględnieniem głównego zakresu słyszalności                      Dla częstotliwości 20kHz otrzymany harmoniczny o maksymalnym  <math>n_{\text{max}} \leq \frac{2L f_{\text{max}}}{v} = 45,45</math>                      Podanie liczby harmonicznycch 44 (pierwsza to podstawowa pozostałe 44 to harmoniczne)</p>
7.5	<p>Wykorzystanie efektu Dopplera do obliczenia częstotliwości i skorzystanie z odpowiedniej postaci wzoru na częstotliwość: <math>f_{\text{odb}} = \frac{v + v_{\text{odb}}}{v} f_s</math>                      Ze wzoru określającego zmianę częstotliwości wynikającą z efektu Dopplera otrzymany <math>f_{\text{odb}} = \frac{330 + 15}{330} \cdot 440 = 460 \text{ Hz}</math></p>